Contenu du cours

Révisions de PTSI

- Formules de trigonométrie (addition, duplication, transformation de somme en produit ou réciproquement) ; les formules faisant intervenir la tangente de l'angle moitié ne sont pas au programme.
- Recherche d'équivalents de suite ou de fonction.
- Développements limités usuels au voisinage de 0 (le DL de tan doit être connu jusqu'à l'ordre 3).
- Formules de dérivation usuelle (dont dérivée d'une composée).
- Primitives usuelles ; calcul intégral (changement de variable, intégration par parties).
- Propriétés usuelles de l'intégrale.

Chap. 1 - Espaces vectoriels

- Définition d'un sous-espace vectoriel. *On se limitera aux exemples usuels d'espaces vectoriels:* $\mathbb{K}^n$, $\mathbb{K}[X]$ *ou* $\mathbb{K}_n[X]$, $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, $\mathscr{F}(\Omega,\mathbb{K})$ *où* Ω *est un ensemble quelconque,* $\mathbb{K}^{\mathbb{N}}$. Espace vectoriel engendré par une famille finie.
- Etude des familles finies de vecteurs : familles libres, liées ; cas d'une famille de polynômes non nuls à degrés deux à deux distincts ; familles génératrices. Bases ; lien avec familles libres et génératrices.
- Rappels en dimension finie : théorème de la base incomplète, de la base extraite, théorème de la dimension, caractérisation des bases en dimension finie. Dimension d'un sous-espace vectoriel. Rang d'une famille de vecteurs.
- Produit de p sous-espaces vectoriels ; dimension.
- Somme de p sous-espaces ; somme directe de **deux** sous-espaces, somme directe de plusieurs sous-espaces, caractérisation par l'unicité de la décomposition du vecteur nul ; théorème de concaténation (et notion de base adaptée à une décomposition en somme directe). Sous-espaces supplémentaires et caractérisation en dimension finie. Existence d'un supplémentaire en dimension finie. Formule de Grassmann.
- Hyperplans d'un espace de dimension finie : sev admettant une droite comme supplémentaire ; caractérisation par la dimension, par une équation cartésienne. Intersection d'hyperplans : l'intersection de p hyperplans en dimension n est un sev de dimension au moins $n-p$; tout sev de dimension $n-p$ est l'intersection de p hyperplans. Interprétation géométrique associée pour les systèmes linéaires.

Attention :

- Pas d'applications linéaires à ce programme de colles.
- la notion de forme linéaire n'étant plus au programme, le lien hyperplan-forme linéaire n'est pas fait.

Questions de cours

Les colleurs s'assureront en début de séance de la connaissance du cours.
On demandera à chaque étudiant un (ou deux) énoncés figurant au programme de colle (Révisions, Chap. 1) et le développement d'un exemple du cours parmi :

- Groupe A : Ex 1.1 à Ex 1.13.
- Groupe B : Ex 1.1, 1.2, 1.4.i, 1.5, 1.7, 1.10, 1.11.

Concernant le Chapitre 1 :

- ▷ Savoir décrire un sev comme Vect(...) et en déduire une famille génératrice
- ▷ Savoir prouver la liberté d'une famille
- ▷ Obtenir une base avec une famille libre de "bon" cardinal
- ▷ Connaître les dimensions de $\mathbb{K}^n$, $K_n[X]$, $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ et leurs bases canoniques respectives
- ▷ Savoir montrer que $F = G$ par double inclusion
- ▷ Savoir montrer que $F = G$ par une inclusion et égalité des dimensions
- ▷ Savoir montrer que $F \oplus G = E$ par analyse-synthèse
- ▷ Savoir montrer que $F \oplus G = E$ par $F \cap G = \{0\}$ et un argument de dimension
- ▷ Savoir montrer que $F \oplus G = E$ par théorème de concaténation.
- ▷ Savoir reconnaître un hyperplan par son équation et en déduire la dimension

❖ ❖ ❖