Contenu du cours

Chap. 3 - Applications linéaires

- Applications linéaires, rappels de vocabulaire. Noyau et image d'une application linéaire : intérêt. Cas de la dimension finie, théorème du rang, caractérisation des isomorphismes. Image d'une base par une application linéaire.
- Homothéties vectorielles, projecteurs et symétries relativement à deux espaces supplémentaires : définition, propriétés, caractérisations.
- Rappels sur les matrices: représentation d'une application linéaire, produit matriciel et lien avec l'image d'un vecteur et la composée des applications. Formule de changement de base pour une application linéaire, pour un endomorphisme.
- Matrices semblables. Trace d'une matrice ; propriétés. Trace d'un endomorphisme.
- Sous-espaces stables par un endomorphisme : définition. Notion d'endomorphisme induit. Matrice d'un endomorphisme laissant stable un sous-espace, relativement à une base adaptée.

Questions de cours

Les colleurs s'assureront en début de séance de la connaissance du cours.
On demandera à chaque étudiant un (ou deux) énoncés figurant au programme de colle (Chap. 3) et le développement d'un exemple du cours parmi :

- Groupe A : Ex 3.1 à Ex 3.14 ; démonstration de $\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA)$.
- Groupe B : Ex 3.1, 3.3, 3.4, 3.7, 3.9, 3.10, 3.12.ii. ; démonstration de $\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA)$.

Compétences de base

Concernant le Chapitre 3 :

- Savoir montrer la linéarité d'une application
- Savoir trouver $\mathrm{Ker}\, f$ en résolvant $f(x) = 0$
- Savoir trouver $\mathrm{Im}\, f$ avec $\mathrm{Im}\, f = \mathrm{Vect}\ (f(\mathscr{B}))$
- Savoir prouver l'injectivité de f avec le noyau
- Savoir en déduire la bijectivité de f en dimension finie
- Savoir définir le projeté ou le symétrique d'un vecteur
- Savoir reconnaître un projecteur ou une symétrie (théorème de caractérisation)
- Savoir construire la matrice d'une application linéaire
- Savoir écrire la formule du produit matriciel
- Savoir inverser une matrice
- Savoir faire un changement de base pour une application linéaire
- Savoir calculer la trace d'un endomorphisme en se plaçant dans une base judicieuse
- Savoir montrer qu'un sous-espace est stable par un endomorphisme

❖ ❖ ❖