Révisions

- ▷ Chap. 1 - Espaces vectoriels.
- ▷ Chap. 2 - Intégrales généralisées.
- ▷ Chap. 3 - Applications linéaires.

Remarque : chaque élève sera évalué sur cette partie, par un ou deux énoncés à savoir citer et/ou par un exercice portant sur ces thématiques.
En revanche, merci de ne pas poser les exemples de cours des chapitres cités ci-dessus en tant que question de cours.

Contenu du cours

Chap. 5 - Séries numériques

- ▷ Définition d'une série convergente, divergente, somme de série convergente ; opérations sur les séries convergentes (somme, produit par un scalaire), et CNS de convergence d'une série à termes complexes ; relation de Chasles, reste de série convergente. Condition nécessaire de convergence d'une série ; contre-exemple de la réciproque ; lien suite-série.
- ▷ Exemples fondamentaux de séries convergentes : série géométrique (et valeurs de la somme suivant le rang de départ), série de Riemann.
- ▷ Cas des séries à termes positifs : une série à termes positifs converge si et seulement si ses sommes partielles sont majorées; théorèmes de comparaison par $\leqslant$, $\sim$.
- ▷ Technique de comparaison série - intégrale : méthode d'encadrement de sommes partielles ou de restes, en cas de convergence
- ▷ Cas des séries à termes quelconques : absolue convergence d'une série, sommabilité d'une suite, lien avec la convergence. Théorèmes de comparaison par O et o. Théorèmes de comparaison par $\leqslant$ et $\sim$ pour la sommabilité. Règle de D'Alembert ; produit de Cauchy de deux séries absolument convergentes.
- ▷ Théorème des séries alternées : si (u_n) est une suite de réels décroissant vers 0, alors $\sum(-1)^n u_n$ converge et sa somme est encadrée par deux sommes partielles consécutives.

Remarques

- ▷ La règle de D'Alembert est énoncée via l'absolue convergence ou la divergence grossière
- ▷ Les seuls exemples de séries semi-convergentes doivent pouvoir se traiter via le théorème des séries alternées.
- ▷ Le théorème de comparaison série-intégrale n'est plus au programme, mais la technique de comparaison série-intégrale est à maîtriser.

Questions de cours

Les colleurs s'assureront en début de séance de la connaissance du cours.
On demandera à chaque étudiant un (ou deux) énoncés figurant au programme de colle (Révisions, ou Chap. 5) et/ou le développement d'un exemple du cours parmi :

- ▷ Groupe A : démonstration de la règle de D'Alembert dans le cas $\ell < 1$; démonstration du théorème des séries alternées (seulement la convergence) ; Ex 5.1 à 5.10
- ▷ Groupe B : démonstration du théorème des séries alternées (seulement la convergence) ; Ex 5.2 (sans $\sim$), 5.3, 5.4, 5.6, 5.7, 5.8.i, 5.9.ii, 5.10

Concernant le chapitre 5 :

- ▷ Savoir revenir aux sommes partielles pour le calcul (ou la CV)
- ▷ Reconnaître les séries divergentes grossièrement ($\sum u_n$ avec $u_n \not\to 0$)
- ▷ Savoir reconnaître une série géométrique et calculer sa somme
- ▷ Savoir comparer par $\sim$
- ▷ Savoir comparer par o ou par $\leqslant$ en se méfiant du sens d'application
- ▷ Ne pas oublier les hypothèses de signe ou savoir passer par l'ACV
- ▷ Savoir utiliser la règle de D'Alembert à bon escient (factorielles,...)
- ▷ Savoir encadrer une somme par des intégrales pour f monotone
- ▷ Savoir écrire ou reconnaître un produit de Cauchy
- ▷ Savoir utiliser le théorème des séries alternées (si non ACV)
- ▷ Savoir encadrer une somme par le théorème des séries alternées

❖ ❖ ❖