

## Révisions

- ▷ Chap. 1 - Espaces vectoriels.
- ▷ Chap. 2 - Intégrales généralisées.
- ▷ Chap. 3 - Applications linéaires.
- ▷ Chap. 4 - Déterminants.

**Remarque :** chaque élève sera évalué sur cette partie, par un ou plusieurs énoncés à savoir citer et/ou par un exercice portant sur ces thématiques.

## Contenu du cours

## Chap. 5 - Séries numériques

- ▷ Définition d'une série convergente, divergente, somme de série convergente ; opérations sur les séries convergentes (somme, produit par un scalaire), et CNS de convergence d'une série à termes complexes ; relation de Chasles, reste de série convergente. Condition nécessaire de convergence d'une série ; contre-exemple de la réciproque ; lien suite-série.
- ▷ Exemples fondamentaux de séries convergentes : série géométrique (et valeurs de la somme suivant le rang de départ), série de Riemann.
- ▷ Cas des séries à termes positifs : une série à termes positifs converge si et seulement si ses sommes partielles sont majorées; théorèmes de comparaison par  $\leq$ ,  $\sim$ .
- ▷ Technique de comparaison série - intégrale : méthode d'encadrement de sommes partielles ou de restes, en cas de convergence
- ▷ Cas des séries à termes quelconques : absolue convergence d'une série, sommabilité d'une suite, lien avec la convergence. Théorèmes de comparaison par  $O$  et  $o$ . Théorèmes de comparaison par  $\leq$  et  $\sim$  pour la sommabilité. Règle de D'Alembert ; produit de Cauchy de deux séries absolument convergentes.
- ▷ Théorème des séries alternées : si  $(u_n)$  est une suite de réels décroissant vers 0, alors  $\sum (-1)^n u_n$  converge et sa somme est encadrée par deux sommes partielles consécutives.

## Remarques

- ▷ La règle de D'Alembert est énoncée via l'absolue convergence ou la divergence grossière
- ▷ Les seuls exemples de séries semi-convergentes doivent pouvoir se traiter via le théorème des séries alternées
- ▷ Le théorème de comparaison série-intégrale n'est plus au programme, mais la technique de comparaison série-intégrale est à maîtriser.

## Chap. 6 - Réduction

- ▷ Valeurs propres, vecteurs propres, sous-espaces propres d'un endomorphisme, ou d'une matrice carrée; exemples en dimension  $n$ , en dimension quelconque. Equation aux éléments propres. Cas de la valeur propre 0. Droites stables par un endomorphisme.
- ▷ Somme directe des sev propres associés à des valeurs propres distinctes deux à deux. Liberté d'une famille de vecteurs propres associés à des valeurs propres deux à deux distinctes.
- ▷ Polynôme caractéristique, défini par  $\chi_A(x) = \det(xI_n - A)$ . Lien avec les valeurs propres; ordre de multiplicité d'une valeur propre. Deux matrices semblables ont les mêmes valeurs propres avec la même multiplicité. Lien entre multiplicité de la valeur propre et dimension du sev propre associé.

Les colleurs s'assureront en début de séance de la connaissance du cours.

On demandera à chaque étudiant un (ou deux) énoncés figurant au programme de colle (Révisions, Chap. 5 ou 6) et le développement d'un exemple du cours parmi :

- ▷ Groupe A : démonstration de la règle de D'Alembert dans le cas  $\ell < 1$  ; démonstration du théorème des séries alternées (seulement la convergence) ; Ex 5.1 à 5.10 ; Ex 6.1 à 6.5.
- ▷ Groupe B : démonstration du théorème des séries alternées (seulement la convergence) ; Ex 5.2 (sans  $\sim$ ), 5.3, 5.4, 5.6, 5.7, 5.8.i, 5.9.ii, 5.10 ; Ex 6.1, 6.2.i., 6.5.i

## Compétences de base

---

Concernant le chapitre 5 :

- ▷ Savoir revenir aux sommes partielles pour le calcul (ou la CV)
- ▷ Reconnaître les séries divergentes grossièrement ( $\sum u_n$  avec  $u_n \not\rightarrow 0$ )
- ▷ Savoir reconnaître une série géométrique et calculer sa somme
- ▷ Savoir comparer par  $\sim$
- ▷ Savoir comparer par  $o$  ou par  $\leq$  en se méfiant du sens d'application
- ▷ Ne pas oublier les hypothèses de signe ou savoir passer par l'ACV
- ▷ Savoir utiliser la règle de D'Alembert à bon escient (factorielles,...)
- ▷ Savoir encadrer une somme par des intégrales pour  $f$  monotone
- ▷ Savoir écrire ou reconnaître un produit de Cauchy
- ▷ Savoir utiliser le théorème des séries alternées (si non ACV)
- ▷ Savoir encadrer une somme par le théorème des séries alternées

Concernant le chapitre 6 :

- ▷ Savoir calculer un polynôme caractéristique
- ▷ Savoir déterminer un sev propre.

