

Révisions

▷ Chap. 6 - Réduction.

Remarque : chaque élève sera évalué sur cette partie, par un ou plusieurs énoncés à savoir citer et/ou par un exercice portant sur ces thématiques.

En revanche, on ne posera pas les exemples de cours des chapitres cités ci-dessus en tant que question de cours.

Contenu du cours

Chap. 15 - Isométries vectorielles

- ▷ Définition et caractérisations des isométries vectorielles (ou automorphismes orthogonaux): conservation de la norme, ou conservation du produit scalaire, ou transformation d'une BON en BON; groupe orthogonal $O(E)$ (la structure de groupe n'est plus au programme mais on vérifie les propriétés conférant à $O(E)$ une telle structure). Si un sev est stable par une isométrie f alors son orthogonal est stable par f .
- ▷ Symétrie orthogonale, réflexion.
- ▷ Définition d'une matrice orthogonale ($A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ est orthogonale si $A^T \cdot A = I_n$); caractérisation à l'aide des BON, des isométries vectorielles. Une matrice A est orthogonale ssi ses colonnes (resp. lignes) forment une base orthonormale de \mathbb{R}^n . Groupe $O(n)$.
- ▷ Isométries directes ; notations $SO(E)$, $SO(n)$. Caractérisation des isométries directes par transformation des BOND.
- ▷ Classification des isométries vectorielles en dimension 2 et des isométries vectorielles directes en dimension 3 : suivant la dimension de l'espace des invariants.
- ▷ Détermination pratique d'une isométrie vectorielle directe en dimension 3.
- ▷ Rappel sur les matrices symétriques réelles : définition, dimension. Les sous-espaces propres d'une matrice symétrique réelle sont deux à deux orthogonaux. Théorème spectral.

Attention : la notion d'endomorphisme symétrique est hors-programme, ainsi que celle de matrice symétrique (définie) positive. Pas non plus de vocabulaire sur les formes quadratiques.

Chap. 16 - Coniques

- ▷ Définition d'une conique par foyer-directrice-excentricité. En fonction de l'excentricité : ellipse, hyperbole, parabole.
- ▷ Equation réduite de l'ellipse, sommets, demi-grand axe, demi-petit axe, paramétrage.
- ▷ Equation réduite de l'hyperbole, sommets, asymptotes, paramétrage (sous forme hyperbolique, pour chaque branche séparément).
- ▷ Equation réduite de la parabole, sommet, paramétrage.
Attention : le fait de savoir retrouver foyer, directrice, excentricité à partir de l'équation réduite d'une conique n'est pas au programme.
- ▷ Conique algébrique : définie par son équation cartésienne en repère orthonormé ; règle de suppression des termes en xy par réduction de la matrice symétrique associée en BON. Méthode de réduction d'une conique. Type d'une conique.
- ▷ La courbe d'équation $xy = k$ est une hyperbole dont les asymptotes sont les axes du repère.

Questions de cours

Les colleurs s'assureront en début de séance de la connaissance du cours.

On demandera à chaque étudiant un (ou deux) énoncés figurant au programme de colle (Révisions, Chap. 15 ou 16) et le développement d'un exemple du cours parmi :

- ▷ Groupe A :
 - ▷ Ex 15.1 à 15.6
 - ▷ Tous les exemples du chapitre 16
- ▷ Groupe B :

- ▷ Ex 15.2, 15.3, 15.5, 15.6
- ▷ Tous les exemples du chapitre 16

Compétences de base

Concernant le chapitre 15 :

- ▷ Savoir déterminer la matrice d'une réflexion
- ▷ Savoir montrer qu'une matrice est orthogonale
- ▷ Savoir montrer qu'un endomorphisme est une isométrie
- ▷ Connaître les hypothèses pour qu'une matrice de rotation de \mathbb{R}^3 soit sous forme réduite
- ▷ Savoir trouver la matrice d'une rotation de l'espace dans une base quelconque
- ▷ Savoir déterminer les caractéristiques géométriques d'une isométrie vectorielle directe en dimension 3 donnée par sa matrice
- ▷ Savoir réduire une matrice symétrique réelle d'ordre 2 ou 3 en BON

Concernant le chapitre 16 :

- ▷ Savoir reconnaître par leur équation réduite chacune des coniques usuelles
- ▷ Savoir donner les caractéristiques géométriques de chaque conique
- ▷ Savoir paramétrer une conique
- ▷ Savoir réduire une conique
- ▷ Savoir donner le type d'une conique à l'aide des valeurs propres

