Révisions

- Chap. 7 - Séries entières

Remarque : chaque élève sera évalué sur cette partie, par un ou plusieurs énoncés à savoir citer et/ou par un exercice portant sur ces thématiques.
En revanche, on ne posera pas les exemples de cours des chapitres cités ci-dessus en tant que question de cours.

Contenu du cours

Chap. 17 - Courbes et surfaces de l'espace

- Surface définie par un paramétrage de type $(u, v) \mapsto M(u, v)$. Notions de point singulier et régulier; plan tangent, droite normale en un point régulier pour une telle surface.
- Surface définie par une équation cartésienne de type $F(x, y, z) = 0$. Notions de point singulier et régulier; plan tangent, droite normale en un point régulier pour une telle surface.
  On ne soulèvera aucune difficulté sur l'équivalence de ces modes de définition.
- Courbes paramétrées de l'espace, point régulier d'une telle courbe, tangente en un tel point. Intersection de deux surfaces et tangente en un point de l'intersection lorsque les plans tangents ne sont pas confondus.
- Surface réglée (engendrée par une famille de droites, appelées génératrices). Paramétrage d'une surface réglée ; le plan tangent en un point régulier d'une telle surface contient la génératrice issue de ce point.
- Surfaces de révolution : définition, mise en équation ou paramétrisation ; méridiennes, parallèles d'une telle surface.

Chap. 18 - Fonctions de plusieurs variables - Partie II

- Parties bornées, parties fermées ; si f est une fonction continue sur $\mathbb{R}^2$, l'ensemble des couples $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ tels que $f(x, y) \geqslant 0$ (ou $f(x, y) = 0$) est un fermé de $\mathbb{R}^2$.
- Extrema de fonctions de deux variables : définitions ; si $f : D \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ est continue sur D fermé borné non vide de $\mathbb{R}^2$, alors f est bornée sur D et atteint ses bornes; sur un ouvert, un extremum local d'une fonction de classe $\mathscr{C}^1$ est atteint nécessairement en un point critique. Matrice hessienne, théorème de Taylor-Young à l'ordre 2. Étude réciproque d'un point critique à l'aide du spectre de la matrice hessienne, utilisation de la trace et du déterminant de la matrice hessienne ; notion de point-col.
- Application de la règle de la chaîne à la recherche de solutions d'EDP (*la notion de difféomorphisme n'est cependant pas au programme, et l'expression des solutions en fonction des variables initiales n'est pas un attendu*).
- Application à l'étude des courbes du plan données par une équation cartésienne de la forme $f(x, y) = 0$, où f est de classe $\mathscr{C}^1$: définition d'un point régulier, tangente en un point régulier. Définition des lignes de niveau de f et lien avec le gradient.

Questions de cours

Les colleurs s'assureront en début de séance de la connaissance du cours.
On demandera à chaque étudiant un (ou deux) énoncés figurant au programme de colle (Révisions, Chap. 17 ou 18) et le développement d'un exemple du cours parmi :

- Groupe A :
  - Tous les exemples du chapitre 17
  - Tous les exemples du chapitre 18
- Groupe B :
  - Tous les exemples du chapitre 17
  - Exemples 18.3, 18.4, 18.5, 18.6, 18.7

Compétences de base

Concernant le chapitre 17 :

- ▷ Savoir déterminer le plan tangent à une surface, suivant la manière dont le surface est donnée
- ▷ Savoir différencier courbe et surface (suivant le nombre de paramètres, ou le nombre d'équations cartésiennes)
- ▷ Savoir déterminer la tangente à une courbe intersection de deux surfaces
- ▷ Savoir reconnaître un paramétrage de surface réglée
- ▷ Savoir paramétrer une surface de révolution
- ▷ Savoir mettre en équation une surface de révolution

Concernant le chapitre 18 :

- ▷ Savoir dire si un domaine est fermé ou borné
- ▷ Savoir mener la recherche d'extrema locaux sur un ouvert
- ▷ Savoir utiliser un changement de variable donné pour résoudre une EDP
- ▷ Savoir définir la tangente à une courbe donnée par $f(x, y) = 0$.

❖ ❖ ❖